

# Berechnungen mit UTM-Koordinaten im neuen amtlichen Koordinatenreferenzsystem in Bayern – ETRS89\_UTM32

Georg Lothar



Zum Jahreswechsel 2018/19 führte Bayern das europaweite geodätische Bezugssystem ETRS89<sup>1</sup> mit UTM-Koordinaten<sup>2</sup> als neues Lagebezugssystem für die Vermessung und hochauflösende Geodaten ein, entsprechend der Beschlüsse der AdV von 1991/1995 und der INSPIRE-Richtlinie von 2007. Für die Umstellung war es erforderlich die Koordinaten aller amtlichen Punkte vom bisherigen Bezugssystem DHDN90 mit GK4-Koordinaten in das neue Koordinatenreferenzsystem<sup>3</sup> ETRS89\_UTM32 zu überführen.

Der Wechsel der Koordinatenreferenz für die amtlichen Punkte wurde durch die Bayerische Vermessungsverwaltung innerhalb des Projektes KanU<sup>4</sup> mit dem Ortra-

Verfahren vollzogen, das auf einer vermittelnden Ausgleichung basiert. Der Ortra-Ansatz<sup>5</sup> wurde entsprechend der besonderen Anforderungen des Bayerischen Katasters eigens entwickelt. Das Überførungsprinzip beruht auf elastomechanischen Verformungen bei zusätzlicher Homogenisierung der Objekte des Liegenschaftskatasters, zur optimalen Verteilung vorhandener Netzspannungen.

<sup>1</sup> ETRS89 = Europäisches Terrestrisches Referenzsystem 1989

<sup>2</sup> UTM = Universal Transverse Mercator Grid System

<sup>3</sup> CRS = Koordinatenreferenzsystem, bezeichnet die Kombination aus einem geodätischen Bezugssystem (z.B. ETRS89) und einem zugeordneten Koordinatensystem (z.B. UTM). Das neue amtliche CRS in Bayern hat nach AdV, GeoInfoDok (2015), die Bezeichnung ETRS89\_UTM32

<sup>4</sup> Projekt KanU – Kataster nach UTM, Projekt der BVV zur Überführung des Liegenschaftskatasters (ALKIS) nach ETRS89\_UTM32

<sup>5</sup> Glock, Hampf, Ein ausgeglichenes Bayern, DVW-Bayern 2.2017, S. 105ff

Während der Wechsel des Bezugssystems vom DHDN90 nach ETRS89 für die Anwender nahezu unbemerkt bleiben wird, er wirkt sich lokal weitgehend wie eine großräumige Translation aus, ist der Wechsel der Abbildung von GK4 (Besselellipsoid, Hauptmeridian  $L_0=12^\circ_E$ ) auf UTM32 (GRS80-Ellipsoid<sup>6</sup>, Hauptmeridian  $L_0=9^\circ_E$ ) praxisrelevant. Bei Berechnungen von Strecken und Flächen aus UTM-Koordinaten oder von UTM-Koordinaten aus terrestrischen Beobachtungen müssen die Abbildungsverzerrungen zwischen Ellipsoid und Koordinatenebene sorgfältig berücksichtigt werden, um systematische Fehler zu vermeiden!

Diese Abhandlung soll eine Übersicht über wichtige Formeln für geodätische Berechnungen mit UTM-Koordinaten geben und Möglichkeiten aufzeigen, wie in der Ingenieurpraxis wegen des unterschiedlichen Maßstabs in der Koordinatenebene und in der Örtlichkeit mit den notwendigen Reduktionen verfahren werden kann.

## 1. Gaußsche konforme Abbildung

Die Gaußsche konforme Abbildung eines Ellipsoids ( $a, b$ ) in die Ebene ist heute die wichtigste geodätische Abbildung. Sie bildet ein auf dem Ellipsoid gegebenes System geodätischer Koordinaten ( $B, L$ ) konform in ein ebenes kartesisches Koordinatensystem ( $x, y$ ) ab. Die konforme Abbildung liegt sowohl den Gauß-Krüger- als auch den UTM-Koordinaten zu Grunde.

Die konforme Abbildung überträgt das Ellipsoid im Differenziellen ähnlich in die Ebene. Damit ist das ebene Abbild im Großen annähernd winkeltreu, es hat jedoch einen ortsabhängigen Maßstab, der zu deutlichen Streckenverzerrungen führen kann.

Für eine konforme Abbildung müssen im Urbild (Ellipsoid) und Abbild (Ebene) isometrische Parameternetze vorliegen. Wenn man ihre Differentiale gleichsetzt, zerlegen diese die Flächen in infinitesimale Quadrate.

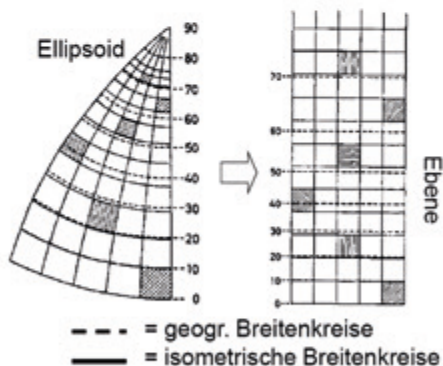


Abb. 1 isometrische Netze,  
Großmann S. 145

<sup>6</sup> GRS80 = Geodätisches Referenzsystem 1980, es definiert ein Rotationsellipsoid mit den Halbachsen  $a = 6378137,0 \text{ m}$   $b = 6356752,314 \text{ m}$

In der Ebene ist diese Bedingung durch kartesische Koordinaten erfüllt. Die ellipsoidische Breite und Länge sind jedoch nicht isometrisch. Auf dem Ellipsoid wird deshalb als Hilfsgröße die isometrische Breite  $q$  eingeführt und mit der ellipsoidischen Breite  $B$  in Beziehung gesetzt:

$$q(B) = \operatorname{artanh}(\sin B) - e \operatorname{artanh}(e \sin B)$$

In der Geodäsie werden konforme Koordinatensysteme mit folgenden Randbedingungen festgelegt:

- Ursprung: Der Schnittpunkt des Hauptmeridians ( $L_0$ ) mit dem Äquator erhält die ebenen Koordinaten  $(x,y) = (0,0)$
- Achsen: Das Bild des Hauptmeridians ( $L_0$ ) ergibt eine Gerade, sie bildet die Abszissenachse (Hochwert  $x$ ) des Systems. Die Ordinatenachse wird so festgelegt, dass ein Linkssystem entsteht (Rechtswert  $y$ ).
- Maßstab: Im Normalfall ist die Abszissenachse ein längentreues Abbild des Hauptmeridians. Allgemein kann festgelegt werden, dass die Länge auf der Abszissenachse zum entsprechenden Bogen des Hauptmeridians in einem konstanten Verhältnis  $m_0$  steht.

Die konforme Abbildung erhält man dann durch den Ansatz der komplexen Funktion (siehe Großmann, S. 148ff):

$$x+iy = F(q+il)$$

$x,y$	Gaußsche konforme Koordinaten
$q$	isometrische Breite
$l = L - L_0$	Längenunterschied zum Hauptmeridian ( $L_0$ )
$B, L$	ellipsoidische Breite und Länge

Die Funktion  $F$  bringt die Abhängigkeit des Meridianbogens von der isometrischen Breite zum Ausdruck. Sie lässt sich geschlossen nur durch ein elliptisches Integral darstellen. Für ihre Lösung, mit  $B$  als Parameter, wird die Funktion deshalb mit einer Taylorreihe in einem Punkt auf dem Hauptmeridian entwickelt, damit sind die Ableitungen nicht mehr von  $l$  abhängig und es ergeben sich Reihen der Form:

$$x + iy = F(q) + F'(q)(il) + \frac{1}{2} F''(q)(il)^2 + \frac{1}{6} F'''(q)(il)^3 + \dots$$

mit der ersten Ableitung  $F'(q) = N \cos B$  ( $N$  = Querkrümmungsradius).

Nach der Zerlegung der komplexen Reihe in ihren Real- und Imaginärteil erhält man die gebräuchlichen Gleichungen der konformen Abbildung für das Ellipsoid, siehe z.B. Hristow (1943), Großmann (1976), Schnädelbach (1998). Die genauesten Formeln mit der größten Reichweite (Abstand von  $L_0$ ) mit Gliedern bis zur 8. Ordnung findet man bei Hristow.

## 2. Berechnung konformer Koordinaten aus Breite und Länge

In der nachfolgenden Zusammenstellung werden die für die Programmierung günstigen Abbildungsgleichungen von Schnädelbach (1998) angegeben.

$$P(B, L) \rightarrow P(x, y)_{L_0}$$

$$\tan B_f = \frac{\tan B}{\cos(l\sqrt{1+\eta^2})} \left[ 1 + \frac{1}{6}\eta^2(1-3\sin^2 B)l^4 \right]$$

$$x = G(B_f) = \int_{B=0}^{B_f} \frac{c}{(1+e^2 \cos^2 B)^{3/2}} dB$$

$$y = c \operatorname{arsinh} \left( \frac{\tan l \cos B_f}{\sqrt{1+\eta_f^2}} \right) \left[ 1 + \eta_f^2 l^2 \cos^2 B_f \left( \frac{\eta_f^2}{6} + \frac{l^2}{10} \right) \right]$$

wobei :

$$l = (L - L_0) \quad c = a^2 / b$$

$$\eta^2 = e^2 \cos^2 B \quad \eta_f^2 = e^2 \cos^2 B_f$$

$$e^2 = (a^2 - b^2) / a^2 \quad e'^2 = (a^2 - b^2) / b^2$$

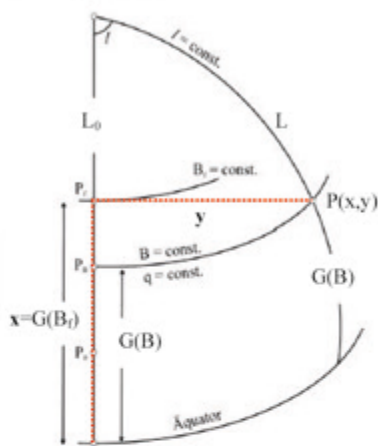


Abb. 2 konforme Abbildung, nach Großmann S. 145

Berechnung des Meridianbogens  $G(B)$  vom Äquator bis zur Breite  $B$

$$G(B) = \frac{a}{1+n} \left( \left( 1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64} \right) B - \frac{3n}{2} \left( 1 - \frac{n^2}{8} \right) \sin 2B + \frac{15n^2}{16} \left( 1 - \frac{n^2}{4} \right) \sin 4B - \frac{35}{48} n^3 \sin 6B + \dots \right)$$

Für die inverse Abbildung gibt Schnädelbach folgende Beziehungen an

$$P(x, y)_{L_0} \rightarrow P(B, L)$$

$$B' = \frac{1+n}{a \left( 1 + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{64}n^4 \right)} x \quad \text{mit} \quad n = \frac{a-b}{a+b}$$

$$B_f = B' + \frac{3n}{2} \left( 1 - \frac{9}{16}n^2 \right) \sin 2B' + \frac{n^2}{16} \left( 21 - \frac{55}{2}n^2 \right) \sin 4B' + \frac{151}{96} n^3 \sin 6B' \dots$$

$$\tan l = \sinh(\tilde{y}) \frac{\sqrt{1+\eta_f^2}}{\cos B_f} \left[ 1 - \frac{1}{6}\eta_f^4 \tilde{y}^2 - \frac{1}{10}e'^2 \tilde{y}^4 \right] \quad \text{mit} \quad \tilde{y} = \frac{y}{c}$$

$$\tan B = \tan B_f \cos \left( l \sqrt{1+\eta_f^2} \right) \left[ 1 - \frac{1}{6}\eta_f^2 l^4 \right]$$

Mit den angegebenen Formeln können Konversionen von geodätischen in ebene konforme Koordinaten und umgekehrt mit hoher Rechengenauigkeit durchgeführt werden, womit insbesondere auch ein Wechsel des Hauptmeridians möglich ist. Sie besitzen für  $|l| < 3,5^\circ$  Verfahrensfehler kleiner 1mm und sind damit in  $6^\circ$  breiten Meridianstreifen für Konversionen geodätischer in ebene konforme Koordinaten gut geeignet.

### 3. UTM-Gebrauchskordinaten

Die bisher üblichen Gauß-Krüger- und die eingeführten UTM-Koordinaten basieren beide auf der konformen Abbildung des Ellipsoids, sie sind jedoch aus pragmatischen Gründen unterschiedlich zu Gebrauchskordinaten modifiziert.

Zur Festlegung von Meridianstreifensystemen für Gebrauchskordinaten wird üblicherweise über den Hauptmeridian verfügt, die Breite des Meridianstreifens (Zone), den Beginn der Zonen-/Streifen-zählung, einer Translation zur Vermeidung negativer Ordinaten und einen obligatorischen Maßstabsfaktor für den Hauptmeridian.

Für GK- bzw. UTM-Systeme sind die folgenden Festlegungen gebräuchlich:

Meridianstreifensystem		GK	UTM
Gebrauchskordinaten	R,H	Rw,Hw	E,N
Meridianstreifenbreite	$b_0$	$3^\circ$	$6^\circ$
Beginn der Zonen-zählung	$k_0$	$0^\circ$	$183^\circ$
Hauptmeridiane	$L_0$	6/9/12/15	3/9/15/21
Translation für Ordinate	$y_0$	500000	500000
Maßstabsfaktor	$m_0$	1	0,9996

Tab. 1 Festlegungen für GK und UTM (Mitteleuropa)

Mit diesen Festlegungen kann man aus ebenen konformen Koordinaten die entsprechenden GK- / UTM-Gebrauchskordinaten ableiten. Die inversen Operationen ergeben sich durch die Umkehrung der einfachen Beziehungen. Die Formeln zeigen, dass sich GK(Rw,Hw) und UTM(E,N) eines Punktes in **einem** geodätischen Bezugssystem durch die Spezialisierung derselben Gaußschen konformen Koordinaten  $(x,y)_{l_0}$  ergeben und damit eine mathematisch strenge Beziehung haben.

$$P(x,y)_{l_0} \rightarrow P(R,H)$$

$$H = m_0 x$$

$$k = (L_0 + k_0) / b_0$$

$$R = m_0 y + y_0 + 10^6 k$$

$$P(R,H) \rightarrow P(x,y)_{l_0}$$

$$x = H / m_0$$

$$L_0 = k b_0 - k_0 \quad \text{mit } k = \lfloor R / 10^6 \rfloor$$

$$y = (R - y_0 - 10^6 k) / m_0$$

#### 4. Berechnungen mit UTM-Koordinaten

Für den Bezug zum Kataster und für geodätische Anwendungen sind die ebenen Größen auf das Referenzellipsoid (GRS80) zu beziehen, da Katasterangaben immer ellipsoidische Größen sind. Bei Ingenieurprojekten sind sie weiter in den Messhorizont eines Projektes zu übertragen, dort sollen die Größen die Einheit „internationale Meter“ haben ( $m=1$ ).

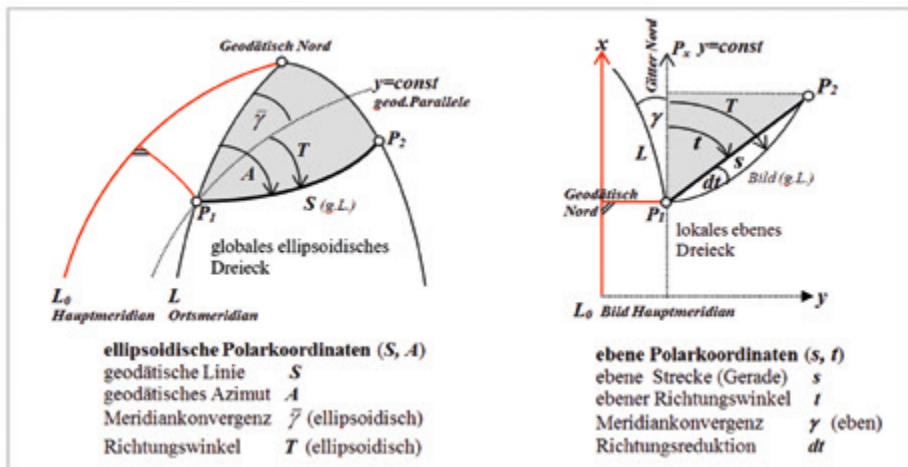


Abb. 3 Zusammenhang zwischen ellipsoidischen und ebenen Größen

Für die Berechnung von UTM-Koordinaten aus meteorologisch korrigierten Beobachtungen sind diese zunächst auf das Referenzellipsoid zu reduzieren (Höhenreduktion) und dann weiter in die Abbildungsebene zu übertragen.

#### Berechnung von Strecken, Flächen und Richtungen

Die Größen von Strecken, Flächen und Richtungen ergeben sich in der Abbildungsebene durch ebene Berechnungen aus UTM-Koordinaten.

Größe	UTM ( $E, N$ )	konform ( $x, y$ )
Strecke	$s' = \sqrt{(E_k - E_i)^2 + (N_k - N_i)^2}$	$s = s' / m_0$
Fläche (Polygon)	$f' = \frac{1}{2} \sum_i (E_{i+1} - E_{i-1}) N_i$	$f = f' / m_0^2$
Richtungswinkel	$t' = t = \arctan \frac{E_k - E_i}{N_k - N_i}$	$t = t'$

Tab. 2 Berechnung von ebenen Größen aus UTM-Koordinaten

Die folgenden Gebrauchsformeln (Näherungen) für die Berechnung der reduzierten Größen hängen von der Länge der Ordinate  $y$  eines Objektes und dem mittleren Krümmungsradius ( $r = 6381\text{km}$ ) des GRS80-Ellipsoids in Bayern ab.

Größe	Reduktion	UTM → Ellipsoid	Ellipsoid → UTM
Strecke	$\frac{ds}{S} = \frac{y^2}{2r^2}$	$S = \left(1 - \frac{y^2}{2r^2}\right) s' / m_0$	$s' = m_0 \left(1 + \frac{y^2}{2r^2}\right) S$
Fläche (Polygon)	$\frac{df}{F} = \frac{y^2}{r^2}$	$F = \left(1 - \frac{y^2}{r^2}\right) f' / m_0^2$	$f' = m_0^2 \left(1 + \frac{y^2}{r^2}\right) F$
Richtung	$dt = \frac{y\Delta x}{2r^2}$	$T = t + \frac{y\Delta x}{2r^2}$	$t = T - \frac{y\Delta x}{2r^2}$

Tab. 3 Umrechnung zwischen ebenen und ellipsoidischen Größen

Wegen des bei UTM obligatorischen Maßstabsfaktor  $m_0 = 0,9996$  und der für Bayern nicht zentralen Lage des Hauptmeridians  $L_0 = 9^\circ_E$  – er tangiert Bayern nur ganz in Westen Unterfrankens – sind bei Katasteranwendungen die Reduktionen i.d.R. zu berücksichtigen, da sie vor allem in Ostbayern sehr große Werte annehmen können!

Die konforme Abbildung vergrößert Strecken unabhängig von ihrer Richtung, die Verzerrung wächst mit dem Quadrat des Abstandes vom Hauptmeridian.

Bei Strecken, die weiter vom Hauptmeridian  $L_0$  entfernt sind oder eine größere Ost-West-Ausdehnung besitzen, ist für die Reduktion der Strecken eine genauere Formel erforderlich, in die die Ordinaten von Anfangs- und Endpunkt eingehen (Simpson Regel).

$$ds = S - s = -\frac{S}{6r^2} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2)$$

Richtungsreduktionen kann man in der Praxis meist vernachlässigen, ihre Werte bleiben bei Entfernungen bis 1km auch bei größeren Abständen vom Hauptmeridian unter einem Milligon.

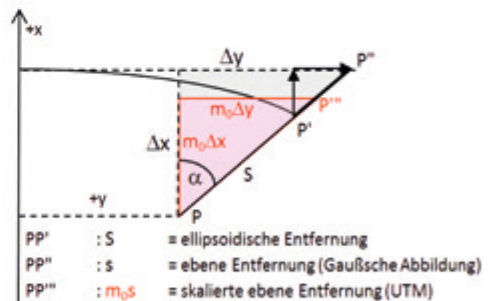


Abb. 4 Streckenverzerrung

## Ortsabhängiger Maßstab

Der Maßstab<sup>7</sup> der konformen Abbildung ist ortsabhängig. Er verändert sich näherungsweise mit dem Quadrat der konformen Ordinate:

$$m = 1 + \frac{y^2}{2r^2}$$

Damit sind auch die Verzerrungen von Strecken und Flächen von ihrem Abstand zum Hauptmeridian abhängig.

Bei den bisher gebräuchlichen GK4-Koordinaten konnten die Reduktionen aufgrund der Abbildungsverzerrungen in weiten Gebieten Bayerns, wegen des zentral gelegenen Hauptmeridians  $L_0 = 12^\circ_E$  meist vernachlässigt werden.

Bei UTM32 sind sie jedoch wegen des obligatorischen Maßstabsfaktors  $m_0$  und des für Bayern abgelegenen Hauptmeridians  $L_0 = 9^\circ_E$  zu berücksichtigen! Nur in den in Abb. 5 grün dargestellten Bereich ist ihr Einfluss kleiner als 200ppm.

Der ortsabhängige Maßstab kann für einen Punkt aus der ebenen Ordinate  $y$ , der Fußpunktsbreite<sup>8</sup>  $B_f$  und dem mittleren Krümmungsradius  $r_f = r(B_f)$  berechnet werden:

$$m = \cosh\left(\frac{y}{r_f}\right) + \left[\frac{1}{6}\eta_f^2\left(\frac{y}{r_f}\right)^4 + \dots\right]$$

In Bayern ergeben für die Praxis ausreichend genaue Werte die Beziehungen:

$$m = \cosh\left(\frac{y}{r}\right) = 1 + \frac{y^2}{2r^2} \quad \text{mit } r = 6381\text{km}$$

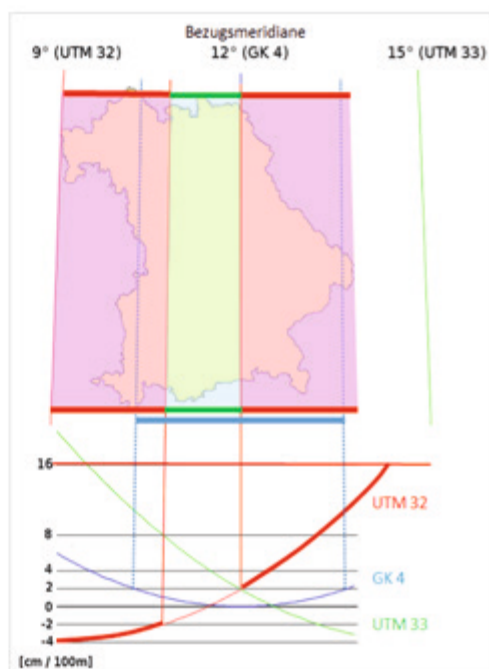


Abb. 5 ortsabhängiger Maßstab

<sup>7</sup> Maßstab, eigentlich das Maßstabsverhältnis zwischen der konformen Abbildung und dem Ellipsoid (Urbild), für den Maßstab auf dem Ellipsoid wird  $m=1$  angenommen.

<sup>8</sup> Eine wichtige Rolle bei den Berechnungen spielt die Fußpunktsbreite  $B_f$ , die sich als Breite des Schnittpunktes der Ordinate eines Punktes mit dem Hauptmeridian ergibt.



Der Maßstab der UTM-Abbildung enthält zusätzlich den obligatorischen Maßstabsfaktor  $m_0 = 0,9996 \rightarrow m_{UTM} = m_0 \cdot m$ . Bei der Einführung von UTM durch die US-Army (1947) hat man den Maßstabsfaktor  $m_0$  so festgelegt, dass die Beträge der Streckenreduktionen in einer  $6^\circ$  breiten UTM-Zone nicht zu groß werden. Für den militärischen Gebrauch der Koordinaten (damals analoge Rechnung, Metergenaues Meldegitter) konnten damit die Reduktionen innerhalb einer Zone vernachlässigt werden, da ihr Einfluss im gesamten Streifen  $|ds| < 0,5\text{m}$  war. Für die Kataster-Genauigkeit sind die Reduktionen jedoch zu berücksichtigen. Aus heutiger Sicht, wäre der Faktor deshalb nicht mehr notwendig, da er eine Fehlerquelle darstellt und für genaue Berechnungen, bei Verwendung moderner Rechenhilfsmittel, keine Vorteile bringt.

## Meridiankonvergenz

Die Meridiankonvergenz ist der Unterschied zwischen der Nordrichtung im Koordinatensystem (Gitternord) und der geodätischen Nordrichtung. Auch die Meridiankonvergenz ist eine ortsabhängige Größe. Sie wird benötigt, wenn zu einem ebenen Richtungswinkel das ellipsoidische Azimut berechnet werden soll.

Das geodätische (ellipsoidische) Azimut zweier Punkte ergibt sich aus dem ebenen Richtungswinkel, der Meridiankonvergenz und der Richtungsreduktion:

$$A = t + \gamma + dt$$

Die ebene Meridiankonvergenz errechnet sich nach aus:

$$\tan \gamma = \tanh(\tilde{y}) \tan B_f \sqrt{1 + \eta_f^2} \left[ 1 + \eta_f^4 \tilde{y}^2 + \frac{2}{5} e'^2 \tilde{y}^4 \right]$$

$$\text{mit } \tilde{y} = \frac{y}{c}; \quad \eta_f^2 = e'^2 \cos^2 B_f$$

Einen Schätzwert liefert die Beziehung:  $\gamma \approx (L - L_0) \sin B$ .

## 5. UTM-Koordinaten in Ingenieurprojekten

Unter Ingenieurprojekt werden Vermessungsaufgaben verstanden, bei denen nicht nur die Lage (Raumbezug) der abgebildeten Objekte relevant ist, wie bei einer Bestandsdokumentation, sondern auch deren Größe (Ausdehnung), Abstände (Nachbarschaft) oder geometrische Eigenschaften, wie z.B. die Krümmung von Trassierungselementen. Vorgaben für die Planung und Konstruktionen beziehen sich dabei immer auf die Örtlichkeit. Für Ingenieurprojekte wird deshalb gefordert, dass aus Koordinaten berechnete Maße im internationalen Meter in der Örtlichkeit vorliegen, d.h. dort den Maßstab  $m = 1$

haben. Strecken oder Flächen, die aus UTM-Koordinaten berechnet werden, sind deshalb wegen der Abbildungsverzerrung und der Höhenlage des Projektes (ellipsoidische Höhe  $h > 0$ ) zu skalieren.

## Projektmaßstab

Für Projekte mit einer kleinen Ausdehnung ( $< 2\text{km}$ ) kann man einen einfachen Skalierungsfaktor für den Schwerpunkt eines Projektes einführen, der als Produkt des Abbildungsmaßstabs, der Höhenreduktion und des UTM-Maßstabs  $m_0$  berechnet wird. Dieser charakteristische Mittelwert für ein Gebiet kann nach Heunecke<sup>9</sup> als Projektmaßstab  $m_p$  bezeichnet werden.

$$m_p = m_0 \cdot m_y \cdot m_h$$

$$m_0 = 0,9996$$

$$m_y = \cosh(y_m / r) \quad y = (E - 32500000) / m_0$$

$$m_h = (1 - h_m / r) \quad r = 6381\text{km}$$

Wobei  $y_m$  der mittlere Abstand zum Hauptmeridian und  $h_m$  die mittlere ellipsoidische Höhe des Projektgebietes sind.

Aus UTM-Koordinaten berechnete Strecken und Flächen ( $s'$ ,  $f'$ ) können mit dem Projektmaßstab in die Örtlichkeit ( $s_p$ ,  $f_p$ ) übertragen werden:

$$\text{Örtlichkeit: } s_p = s' / m_p \quad f_p = f' / m_p^2$$

Mit der inversen Operation erhält man wieder die Größen in der UTM-Ebene:

$$\text{UTM: } s' = m_p s_p \quad f' = m_p^2 f_p$$

Für jedes Projekt sollte der Projektmaßstab aus Gründen der Qualitätssicherung berechnet und dokumentiert werden, um zu überprüfen, ob er aus Sicht der geforderten Lagegenauigkeit relevant oder vernachlässigbar ist.

### Beispiel Projektmaßstab:

Für ein fiktives Projektgebiet in Ostbayern mit  $y_m = 320\text{km}$  und  $h_m = 500\text{m}$  ergibt sich der Projektmaßstab  $m_p = 0,9996 \cdot 1,001258 \cdot 0,999922 = 1,000779$

Eine Strecke von 100m (internationale Meter) in der Örtlichkeit wird im UTM-System 100,078m lang, sie wird damit um 7,8cm länger abgebildet. Eine Fläche von 1ha in der Natur ist in der Abbildung um  $16\text{m}^2$  größer.

---

<sup>9</sup> Heunecke, O. (2017), Einführung des Begriffes „Projektmaßstab“, S. 183

Die Streckenreduktion kann in Ostbayern mehr als 1000 ppm (10cm/100m) betragen. Zudem ändert sich der ortsabhängige Maßstab bei großem Abstand vom Hauptmeridian schnell, er ist damit in einem Projektgebiet nicht mehr einheitlich. Die Änderung beträgt bei  $y=320\text{km}$  und einer Ost-West-Ausdehnung von  $20\text{km}$  ca. 150 ppm (1,5cm/100m).

## Lokale konforme Koordinaten

Für große Projekte (z.B. lange Trassen) empfiehlt es sich, um die Abbildungsverzerrungen in den Berechnungen klein und übersichtlich zu halten, die Landeskoordinaten der benötigten Geobjekte in ein lokales konformes Projektkoordinatensystem zu konvertieren.

Zur Festlegung des lokalen Systems muss dazu primär nur der Projektmeridian  $L_{ORT}$  (Hauptmeridian) festgelegt werden, der ein beliebiger, gerundeter Wert in der Nähe des mittleren Ortsmeridians des Projektes sein kann (Empfehlung  $10^{-2}$  Grad  $\approx 1\text{km}$ ).

Die nötigen Konversionen<sup>10</sup> beruhen auf mathematisch strengen Beziehungen, die Berechnungen und Konstruktionen im lokalen System führen deshalb zu denselben Ergebnissen, wie die direkte Berechnung mit UTM-Koordinaten und den entsprechenden Reduktionen.

Im lokalen System kann zur Vermeidung negativer Ordinatenwerte, wie bei konformen Gebrauchskordinaten üblich, der Wert 500000 addiert werden.

Zur Berücksichtigung der (mittleren) Höhe des Projektes lässt sich zusätzlich ein Faktor für die Höhenreduktion  $m_0 = (1+h_m/r)$  einführen, so dass das lokale konforme System in den mittleren

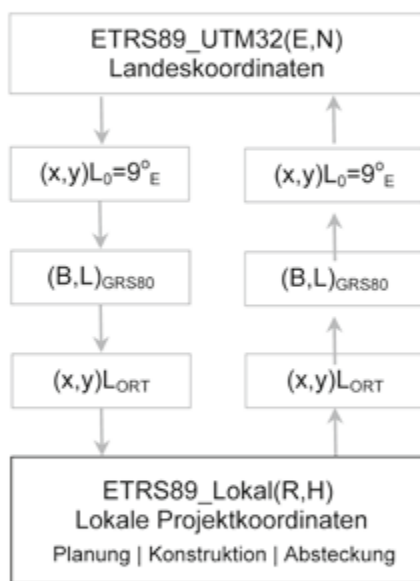


Abb. 6 Konversion UTM nach Lokal

<sup>10</sup> Konvertieren bedeutet, die Umformung von Koordinaten mit mathematisch strengen Operation. Bei der konformen Abbildung hängt die erreichbare Genauigkeit lediglich von dem Entwicklungsgrad der verwendeten Potenzreihen ab. Die Konvertierung einer großen Anzahl von Stützpunktkoordinaten von Geobjekten ist heute eine Standardoperation bei der Verarbeitung von Geodaten mit GIS-Programmen (z.B. ArcGIS, QGIS), sie kann aber auch auf der Ebene von Datenschnittstellen (z.B. DXF-Datei) mit einem eigenen Konversionsprogramm erfolgen.

Messhorizont des Projektes angehoben wird, womit auch die Höhenreduktion der Messungen in erster Näherung berücksichtigt ist. Führt man bei der Konversion als Hauptmeridian  $L_{ORT} = 12^{\circ}_E$  ein und  $m_0 = 1$  erhält man Gauß-Krüger-Koordinaten bezogen auf das ETRS89 (ETRS89\_GK4), die im Gebrauch den klassischen DHDN90\_GK4 Koordinaten entsprechen würden.

### Beispiel lokale konforme Koordinaten:

Für einige fiktive Punkte in Ostbayern werden die Ergebnisse der Konversion mit einem Projektmeridian  $L_{ORT}$  berechnet und die resultierenden Strecken und ihre Reduktionen mit denen aus UTM-Koordinaten verglichen.

Koord. Punkt	UTM32 (E,N)	konform (x,y) $L_0 = 9^{\circ}_E$	GRS80 B,L	Lokal (R,H) $L_{ORT} = 13,70^{\circ}_E$
P0	32840000,000	340136,054	48,72314385	494374,315
	5407000,000	5409163,665	13,62353963	5398842,096
P1	32841000,000	341136,455	48,72259807	495371,390
	5407000,000	5409163,665	13,63709186	5398780,492
P2	32845000,000	345138,055	48,72039908	499359,607
	5407000,000	5409163,665	13,69129671	5398534,081
P3	32850000,000	350140,056	48,71761459	504344,688
	5407000,000	5409163,665	13,75904348	5398226,080

Tab. 4 Beispiel: Konversion der UTM-Koordinaten in lokale konforme Koordinaten

### Berechnung und Vergleich der Strecken

Strecke	UTM32	konform	Reduktion	ellipsoidisch
UTM32	s'	s=s'/m <sub>0</sub>	ds	S
P0-P1	1000,000	1000,401	1,424	998,977
P0-P2	5000,000	5002,001	7,203	4994,798
P0-P3	10000,000	10004,002	14,618	9989,384
Lokal		s	ds	S
P0-P1		998,977	0,000	998,977
P0-P2		4994,799	0,001	4994,798
P0-P3		9989,385	0,001	9989,384

Tab. 5 Vergleich der ellipsoidischen Strecken aus UTM und lokalen Koordinaten

Der Vergleich der Ergebnisse zeigt eine hohen Übereinstimmung für die Längen der ellipsoidischen Strecken aus UTM und aus lokalen Koordinaten. Die Reduktionen im UTM System nehmen sehr große Werte an, während sie im lokalen System praktisch vernachlässigbar klein sind. Im lokalen System bleiben die Auswirkungen der Reduktionen für  $|y| < 10\text{km}$  unter 1 ppm, bei

$|\gamma| < 30\text{km}$  erreichen sie Werte bis 10 ppm. Damit lassen sich auch bei großen Projekten in vielen Fällen die Abbildungsverzerrungen vernachlässigen.

Die Einführung lokaler konformer Koordinaten zur Vermeidung von Reduktionen hat damit den Vorteil, dass die Koordinaten der Planung, wie bisher üblich, auf dem Messhorizont beziehen und die daraus berechneten polaren Messelemente ohne Reduktion mit den Maßen in der Örtlichkeit übereinstimmen.

Zur Definition des lokalen konformen Koordinatensystems ist nur der Projektmeridian  $L_{ORT}$  und ggf. die mittlere ellipsoidische Höhe  $h_m$  des Projektgebietes festzulegen. Nach der Konversion der benötigten Objektkoordinaten von UTM in das lokale System, kann alles weiter mit lokalen konformen Koordinaten ohne Reduktionen geplant und berechnet werden. An das ETRS89 angeschlossene GNSS-Messungen kann man direkt in das lokale konforme Koordinatensystem konvertieren. Nach Abschluss des Projektes werden alle lokalen Koordinaten in das UTM-System zurück konvertiert, dabei entsteht kein Genauigkeitsverlust gegenüber einer direkten Berechnung im UTM-System mit Reduktionen. Für die erforderlichen Konversionen der Koordinaten zwischen dem amtlichen und lokalen System können die angegebenen Formeln von Schnädelbach verwendet werden.

#### Literatur:

- Großmann W. (1976)  
Geodätische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessung,  
Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart
- Hampp D., Glock C. (2017)  
Ein ausgeglichenes Bayern, DVW-Bayern, Heft 2/2017, S. 105ff
- Heunecke O. (2017)  
Planung und Umsetzung von Bauvorhaben mit amtlichen Lage- und Höhenkoordinaten,  
ZfV, Heft 3/2017, S. 180ff
- Hristow W. K. (1955)  
Die Gaußschen und geographischen Koordinaten auf dem Ellipsoid von Krassowsky,  
VEB Verlag Technik, Berlin
- Ilk, K. H. (2004)  
Bezugssysteme, Materialien zur Vorlesung, Universität Bonn, Glossar,  
Institut für Astronomische, Physikalische und Mathematische Geodäsie
- Janka R., Lothar F. (2018)  
Das neue amtliche Lagebezugssystem für Ingenieurprojekte in Bayern,  
DVW-Bayern, Heft 1/2018, S. 39ff
- Schnädelbach K. (1998)  
Die konforme Abbildung von C. F. Gauß, Lehrmaterialien zur Landesvermessung,  
TUM Skriptum (unveröffentlicht), S. 94-1ff III

